

Συναρτήσεις

Η παραβολή

Κατασκευή

Να σχεδιάσετε την παραβολή $y = x^2 - 6x + 5$. Αν Α, Β, Γ είναι τα κοινά της σημεία με τους άξονες, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

Λύση

Η συνάρτηση $y = x^2 - 6x + 5$ είναι συνάρτηση δευτέρου βαθμού της μορφής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ με:

$$a = 1$$

$$\beta = -6$$

$$\gamma = 5$$

Έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 + 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$$

Ο άξονας συμμετρίας είναι η ευθεία (ε):

$$x = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = 3$$

Η κορυφή της είναι το σημείο Κ:

$$K\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$$

$$K\left(-\frac{-6}{2 \cdot 1}, -\frac{16}{4 \cdot 1}\right)$$

$$K(3, -4)$$

Τέμνει τον άξονα γ'γ στο σημείο A :

$$A(0, 0^2 - 6 \cdot 0 + 5)$$

$$A(0, 5)$$

Τα σημεία τομής με τον άξονα x'x είναι οι λύσεις της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $0 = x^2 - 6x + 5$

$$0 = x^2 - 6x + 5$$

$$0 = x^2 + (-5 - 1)x + 5$$

$$0 = (x - 5)(x - 1)$$

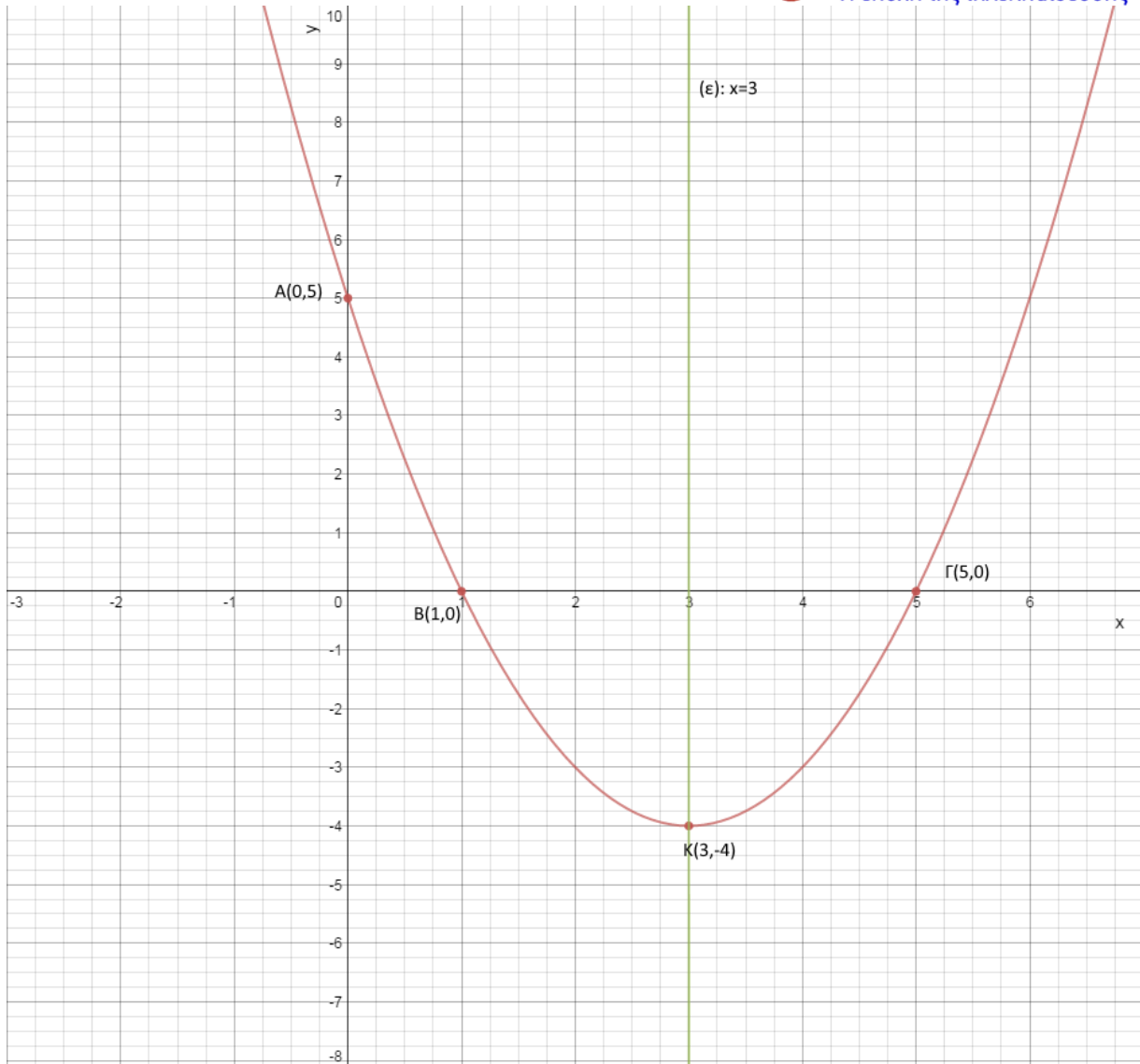
$$(x - 5) = 0 \text{ ή } (x - 1)$$

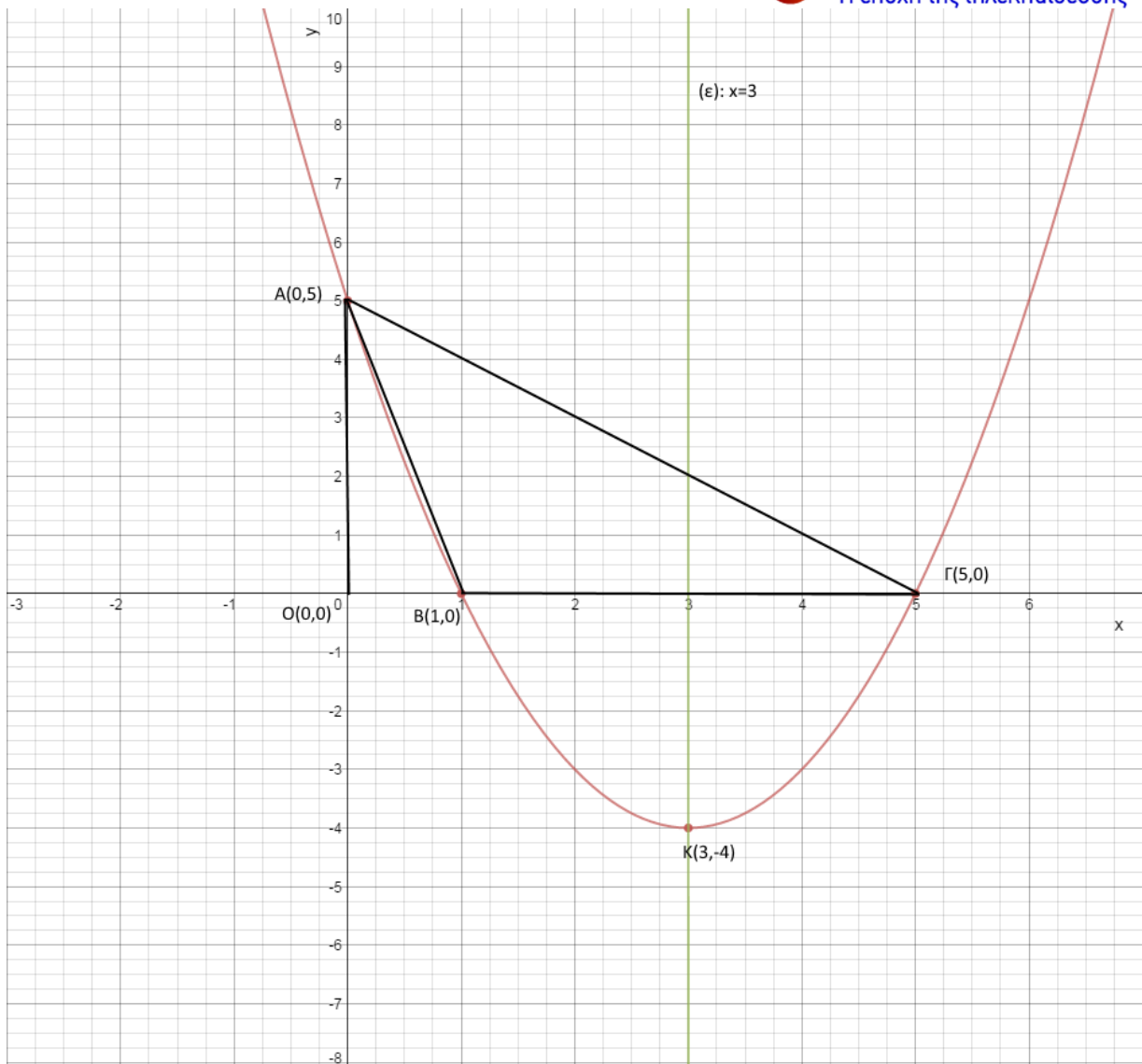
$$x = 5 \text{ ή } x = 1$$

Τέμνει λοιπόν τον άξονα στα σημεία:

$$B(1, 0)$$

$$\Gamma(5, 0)$$





Για το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ έχουμε:

$$E = \frac{1}{2}(B\Gamma)(AO)$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5$$

$$E = 10$$

Άρα το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι 10 τετραγωνικές μονάδες μήκους.