

Τριγωνομετρία

Πυθαγόρειο θεώρημα- Τριγωνομετρικοί αριθμοί 30° , 60°

Ισόπλευρο τρίγωνο

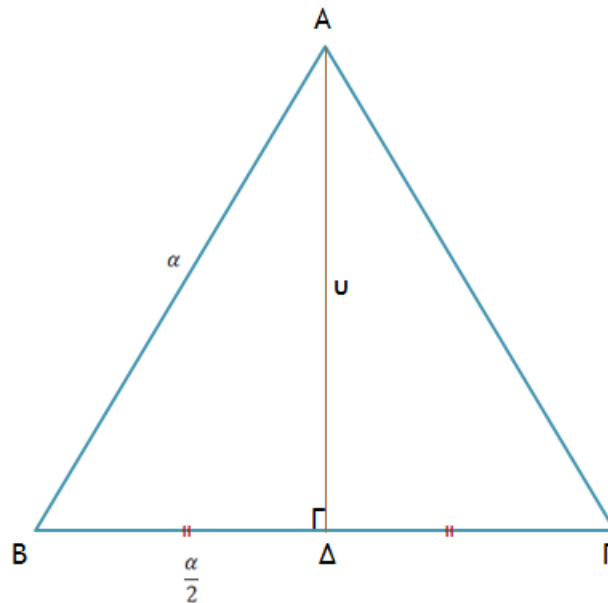
Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών 30° και 60° .

Λύση

Αν AD είναι το ύψος τότε:

- Λόγω συμμετρίας είναι διχοτόμος και διάμεσος του τριγώνου

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσουμε το ύψος AD



$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

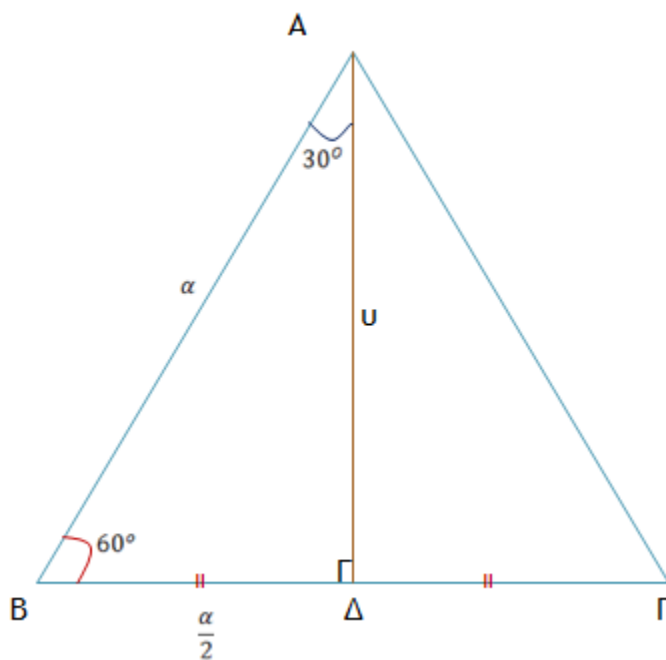
$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$A\Delta^2 = \alpha^2 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

$$A\Delta^2 = \alpha^2 - \frac{\alpha^2}{4}$$

$$A\Delta^2 = \frac{3\alpha^2}{4}$$

$$A\Delta = \alpha \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Εφαρμόζουμε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών στο τρίγωνο ΒΔΑ:

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{B\Delta}{AB} = \frac{\frac{\alpha}{2}}{\alpha} = \frac{\alpha}{2\alpha} = \frac{1}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{A\Delta}{AB} = \frac{\frac{\alpha\sqrt{3}}{2}}{\alpha} = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{B\Delta}{A\Delta} = \frac{\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\alpha}{2\alpha\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{B\Delta}{AB} = \frac{\frac{\alpha}{2}}{\alpha} = \frac{\alpha}{2\alpha} = \frac{1}{2}$$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{A\Delta}{AB} = \frac{\frac{\alpha\sqrt{3}}{2}}{\alpha} = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon\varphi 60^\circ = \frac{A\Delta}{B\Delta} = \frac{\frac{\alpha\sqrt{3}}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\alpha\sqrt{3}}{2\alpha} = \sqrt{3}$$

Παρατηρούμε ότι το ημίτονο μιας γωνίας ισούται με το συνημίτονο της συμπληρωματικής της **$\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ$** της **$\eta\mu 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ$**

Παρατηρούμε ότι οι συμπληρωματικές γωνίες έχουν αντίστροφες εφαπτομένες **$\varepsilon\varphi 60^\circ \cdot \varepsilon\varphi 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$** ή **$\varepsilon\varphi 60^\circ = \frac{1}{\varepsilon\varphi 30^\circ}$**