

# ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

## Κλασματικές εξισώσεις

### Παράδειγμα

$$\frac{1}{1 + \frac{3}{x}} - \frac{2}{3 - x} = \frac{x + 6}{x^2 - 9}$$

Μετατρέπουμε το σύνθετο κλάσμα σε απλό.

Ο παρονομαστής στον παρονομαστή του σύνθετου κλάσματος δεν μπορεί να μηδενιστεί.  $x \neq 0$ .

$$\frac{1}{\frac{x + 3}{x}} - \frac{2}{3 - x} = \frac{x + 6}{x^2 - 9}$$

$$\frac{x}{x + 3} - \frac{2}{3 - x} = \frac{x + 6}{x^2 - 9}$$

Κάνουμε γινόμενο τη διαφορά τετραγώνων του παρονομαστή  $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$  και παρατηρούμε ότι πρέπει να αλλάξουμε το πρόσημο στο δεύτερο κλάσμα.

$$\frac{x}{x + 3} + \frac{2}{x - 3} = \frac{x + 6}{(x - 3)(x + 3)}$$

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών είναι  $(x - 3)(x + 3)$ . Κάνουμε τις πράξεις δημιουργώντας κοινό παρονομαστή.

Πρέπει Ε.Κ.Π.  $\neq 0$ , για να μην μηδενίζονται οι παρονομαστές.  $x \neq 3$  και  $x \neq -3$

$$\frac{x(x-3)}{x+3} + \frac{2(x+3)}{x-3} = \frac{x+6}{(x-3)(x+3)}$$

Καταλήγουμε στην εξίσωση την οποία επιλύουμε

$$x(x-3) + 2(x+3) = x+6$$

$$x^2 - 3x + 2x + 6 - x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x - 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ ή } x = 2$$

Η τιμή  $x = 0$  απορρίπτεται.

Η αποδεκτή λύση της κλασματικής εξίσωσης είναι:

$$x = 2$$

## Ελλιπείς μορφές και η λύση τους

- Για  $\alpha = 0$  η  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  γίνεται η πρωτοβάθμια εξίσωση  $\beta x + \gamma = 0$

Η ρίζα της είναι  $x = -\frac{\gamma}{\beta}$

$$\text{Αν } \alpha = 0 \text{ τότε } \beta x + \gamma = 0 \text{ ή } x = -\frac{\gamma}{\beta}$$

- Για  $\beta = 0$  η  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  γίνεται η δευτεροβάθμια εξίσωση  $ax^2 + \gamma = 0$

Αν οι αριθμοί  $\gamma$  και  $\alpha$  είναι ομόσημοι τότε η ρίζα της είναι  $x = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}}$

$$\text{Αν } \beta = 0 \text{ και } \gamma \cdot \alpha > 0 \text{ τότε } ax^2 + \gamma = 0 \text{ ή } x = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}}$$

- Για  $\gamma = 0$  η  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  γίνεται η δευτεροβάθμια εξίσωση  $ax^2 + \beta x = 0$ .

Τότε  $x(ax + \beta) = 0$ . Οι ρίζες της είναι  $x = 0$  και  $x = -\frac{\beta}{\alpha}$

$$\text{Αν } \gamma = 0 \text{ τότε } x(ax + \beta) = 0 \text{ ή } x = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x = 0$$