

Τριγωνομετρία

Νόμοι τριγωνομετρίας

Νόμος ημιτόνων

Αν σ' ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = \eta\mu^2 A$ τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Λύση

Υποθέτουμε ότι ισχύει η δεδομένη σχέση $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = \eta\mu^2 A$ και θα αποδείξουμε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Από τον νόμο των ημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ:

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$$

Υψώνουμε τα μέλη της ισότητας αυτής στο τετράγωνο:

$$\frac{\alpha^2}{\eta\mu^2 A} = \frac{\beta^2}{\eta\mu^2 B} = \frac{\gamma^2}{\eta\mu^2 \Gamma}$$

Γνωρίζουμε ότι αν έχουμε ίσα μεταξύ τους κλάσματα, τότε αυτά είναι ίσα και με ένα κλάσμα που έχει αριθμητή το άθροισμα των αριθμητών και παρονομαστή το άθροισμα των παρονομαστών.

$$\frac{\alpha^2}{\eta\mu^2 A} = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma}$$

Ισχύει όμως $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = \eta\mu^2 A$

$$\frac{\alpha^2}{\eta\mu^2 A} = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\eta\mu^2 A}$$

Έχουμε ίσα κλάσματα με ίσους παρονομαστές, θα έχουν και ίσους αριθμητές.

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

Ισχύει το Πυθαγόρειο θεώρημα άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά α.