

Τριγωνομετρία

Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} + \frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{2}{\eta\mu\omega}$$

.Λύση

Προφανώς θα πρέπει να ξεκινήσουμε εξαιρώντας τις τιμές που μηδενίζουν τον παρονομαστή. Αυτό όμως θα το αφήσουμε για μια μεγαλύτερη τάξη!

Θα κάνουμε πράξεις στο πρώτο μέλος και θα καταλήξουμε στο δεύτερο. Έτσι θα αποδείξουμε την ανωτέρω τριγωνομετρική ταυτότητα.

$$\frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} + \frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega} =$$

Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα.

$$\frac{(1 + \sigma\upsilon\nu\omega) \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega) + \eta\mu\omega \cdot \eta\mu\omega}{\eta\mu\omega \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)} =$$

Κάνουμε επιμεριστική ιδιότητα.

$$\frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega}{\eta\mu\omega \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)} =$$

Κάνουμε αναγωγές ομοίων όρων και εφαρμόζουμε τη βασική τριγωνομετρική ταυτότητα $\sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega = 1$.

$$\frac{1 + 2\sigma\upsilon\nu\omega + 1}{\eta\mu\omega \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)} =$$

$$\frac{2 + 2\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)} =$$

Κάνουμε παραγοντοποίηση στον αριθμητή

$$\frac{2 \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)}{\eta\mu\omega \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\omega)} =$$

Απλοποιούμε.

$$\frac{2}{\eta\mu\omega}$$