

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Συστήματα. Επίλυση Προβλήματος

Πρόβλημα

Αν διαιρέσουμε ένα διψήφιο αριθμό με το άθροισμα των ψηφίων του, βρίσκουμε πηλίκο 6 και υπόλοιπο 3. Αν εναλλάξουμε τα ψηφία του και τον αριθμό που προκύπτει τον διαιρέσουμε με το άθροισμα των ψηφίων του, βρίσκουμε πηλίκο 4 και υπόλοιπο 9. Ποιος είναι ο αρχικός διψήφιος αριθμός;

Λύση

Εάν συμβολίσουμε x το ψηφίο των δεκάδων και y το ψηφίο των μονάδων τότε ο αριθμός είναι ο $10x + y$, ενώ μετά την αντιστροφή των ψηφίων προκύπτει ο αριθμός $10y + x$.

Τα δεδομένα αναφέρονται στην Ευκλείδεια διαίρεση $\Delta = \delta\pi + \upsilon$. Σύμφωνα με το πρόβλημα:

$$\begin{cases} 10x + y = 6(x + y) + 3 \\ 10y + x = 4(x + y) + 9 \end{cases}$$

Ανάγουμε το σύστημα σε κανονική μορφή, συγκεντρώνοντας τους αγνώστους στο πρώτο μέλος και ολοκληρώνοντας τις αναγωγές ομοίων όρων:

$$\begin{cases} 10x + y = 6x + 6y + 3 \\ 10y + x = 4x + 4y + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 6x + y - 6y = 3 \\ x - 4x + 10y - 4y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ -3x + 6y = 9 \end{cases}$$

Θα δημιουργήσουμε αντίθετους συντελεστές στο x πολλαπλασιάζοντας την πρώτη εξίσωση με το 3 και τη δεύτερη με το 4:

$$\begin{cases} 3 \cdot 4x - 3 \cdot 5y = 3 \cdot 3 \\ -4 \cdot 3x + 4 \cdot 6y = 4 \cdot 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x - 15y = 9 \\ -12x + 24y = 36 \end{cases}$$

Κρατάμε μια από τις εξισώσεις του συστήματος και αντικαθιστούμε τη δεύτερη με το άθροισμα των εξισώσεων που έχουν αντίθετους συντελεστές:

$$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 12x - 12x - 15y + 24y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 9y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ y = 9 \end{cases}$$

Αντικαθιστούμε το γνωστό και βρίσκουμε τον άλλον άγνωστο:

$$\begin{cases} 4x - 5 \cdot 9 = 3 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 3 + 25 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 28 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases}$$

Ο αρχικός διψήφιος αριθμός είναι ο 79