

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Συστήματα. Επίλυση Προβλήματος

Πρόβλημα

Σε μια εκδρομή οι γυναίκες ήταν κατά 5 λιγότερες από τους άντρες. Οι άνδρες πλήρωσαν συνολικά 180 € οι δε γυναίκες 80 €. Κάθε άντρας πλήρωσε 4 € περισσότερα από κάθε γυναίκα. Να βρείτε το πλήθος αντρών και γυναικών και τα χρήματα που πλήρωσε καθένας από αυτούς.

Λύση

Το σύνολο των αντρών είναι x και των γυναικών $x - 5$.

Κάθε άνδρας πλήρωσε y € και κάθε γυναίκα πλήρωσε $y - 4$ €.

Σύμφωνα με το πρόβλημα:

$$x \cdot y = 180$$

$$(x - 5) \cdot (y - 4) = 80$$

1η λύση

ΑΝ ΕΠΙΛΥΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΩΣ ΠΡΟΣ y ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΗΣΟΥΜΕ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΑΤΑΛΗΓΟΥΜΕ ΣΤΟ ΕΞΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑ:

Το σύνολο των αντρών είναι x και των γυναικών $x - 5$.

Κάθε άνδρας πλήρωσε $\frac{180}{x}$ € και κάθε γυναίκα πλήρωσε $\frac{80}{x-5}$ €.

Σύμφωνα με το πρόβλημα: «Χρήματα ανά άντρα - Χρήματα ανά γυναίκα» = 4 €

$$\frac{180}{x} - \frac{80}{x-5} = 4$$

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών είναι $x(x-5)$. Απαλείφουμε τους παρονομαστές και απλοποιούμε την εξίσωση:

Πρέπει $x \neq 0$ και $x \neq 5$

$$4 \cdot \left(\frac{45}{x} - \frac{20}{x-5} \right) = 4$$

$$\frac{45}{x} - \frac{20}{x-5} = 1$$

$$\frac{45(x-5) - 20x}{x(x-5)} = \frac{x(x-5)}{x(x-5)}$$

$$45(x-5) - 20x = x(x-5)$$

Καταλήγουμε στην εξίσωση την οποία επιλύουμε:

$$45(x-5) - 20x - x(x-5) = 0$$

$$45x - 225 - 20x - x^2 + 5x = 0$$

$$-x^2 + 45x - 20x + 5x - 225 = 0$$

$$-x^2 + 30x - 225 = 0$$

$$x^2 - 30x + 225 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 15 + 15^2 = 0$$

$$(x-15)^2 = 0$$

$$x-15 = 0$$

$$x = 15$$

Η εξίσωση έχει μια διπλή λύση γιατί η διακρίνουσα είναι $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-30)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 225 = 900 - 900 = 0$

Έτσι έχουμε: $x = 15$ άντρες και $x - 5 = 10$ γυναίκες. Κάθε άντρας

πλήρωσε $\frac{180}{x} = \frac{180}{15} = 12$ € και κάθε γυναίκα πλήρωσε $\frac{80}{x-5} = \frac{80}{10} = 8$

€. (ή $12 - 4 = 8$)

2^η λύση

ΑΝ ΕΠΙΛΥΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΩΣ ΠΡΟΣ x ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΗΣΟΥΜΕ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΑΤΑΛΗΓΟΥΜΕ ΣΤΟ ΕΞΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑ:

Κάθε άνδρας πλήρωσε y € και κάθε γυναίκα πλήρωσε $y - 4$ €.

Το σύνολο των αντρών είναι $\frac{180}{y}$ και των γυναικών $\frac{80}{y-4}$.

Σύμφωνα με το πρόβλημα: «Πλήθος αντρών - Πλήθος γυναικών» = 5

$$\frac{180}{y} - \frac{80}{y-4} = 5$$

Το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών είναι $y(y-4)$. Απαλείφουμε τους παρονομαστές και απλοποιούμε την εξίσωση:

Πρέπει $y \neq 0$ και $y \neq 4$

$$5 \cdot \left(\frac{36}{y} - \frac{16}{y-4} \right) = 5$$

$$\frac{36}{y} - \frac{16}{y-4} = 1$$

$$\frac{36(y-4) - 16y}{y(y-4)} = \frac{y(y-4)}{xy(y-4)}$$

$$36(y-4) - 16y = y(y-4)$$

Καταλήγουμε στην εξίσωση την οποία επιλύουμε:

$$36(y-4) - 16y - y(y-4) = 0$$

$$36y - 144 - 16y - y^2 + 4y = 0$$

$$-y^2 + 36y - 16y + 4y - 144 = 0$$

$$-y^2 + 24y - 144 = 0$$

$$y^2 - 24y + 144 = 0$$

$$y^2 - 2 \cdot x \cdot 12 + 12^2 = 0$$

$$(y - 12)^2 = 0$$

$$y - 12 = 0$$

$$y = 12$$

Η εξίσωση έχει μια διπλή λύση γιατί η διακρίνουσα είναι $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-24)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 144 = 576 - 576 = 0$

Έτσι έχουμε: Κάθε άντρας πλήρωσε $y = 12$ € και κάθε γυναίκα πλήρωσε

$y - 4 = 8$ €. Το πλήθος των αντρών ήταν $\frac{180}{y} = \frac{180}{12} = 15$ και των

γυναικών $\frac{80}{y-4} = \frac{80}{8} = 10$. (ή $15 - 5 = 10$)